



同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

压弯和拉弯构件

Compressive or Tensile and Flexural Member

第一节 概述

第二节 构件压弯（拉弯）时的截面强度

第三节 压弯构件的整体稳定

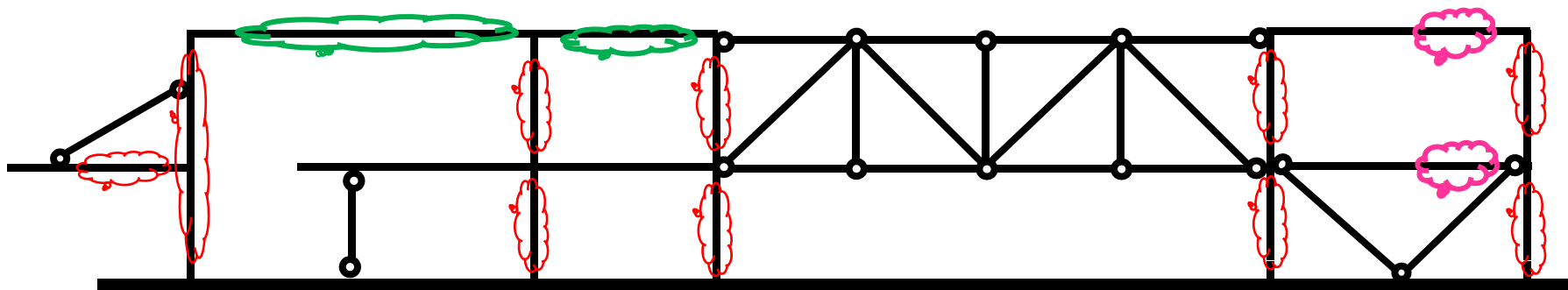
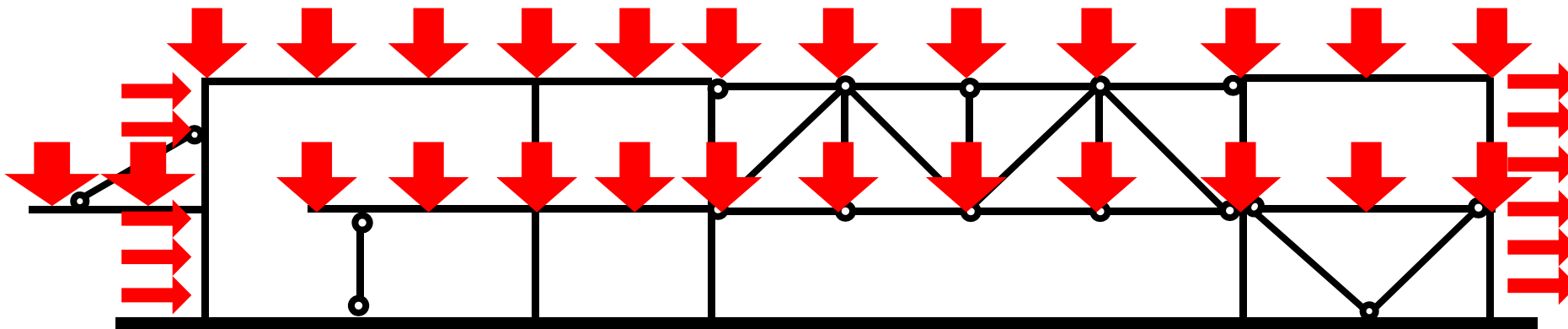
第四节 压弯构件的局部稳定

第五节 压弯构件的刚度

第六节 拉弯构件稳定性



一、结构系统中的“压弯构件”



实际结构中的压弯、拉弯构件:

刚架中的柱子、斜梁、以及传递水平力的横梁
斜拉桥中的纵梁
空腹桁架中的杆件

存在拉弯构件吗?



二、压弯、拉弯构件截面

参阅 § 7.1

● 截面类型 p.184

● 受力状态与截面选择

受力状态

- 轴力为主，弯矩为辅
- 单向弯矩为主
- 双向压弯、拉弯

截面类型选择

- ⇒ 双轴对称, 两主轴长细比接近
- ⇒ 双轴对称或单轴对称

不同受力特点与截面选择有何关系?



三、失效形式

参阅 § 7.2

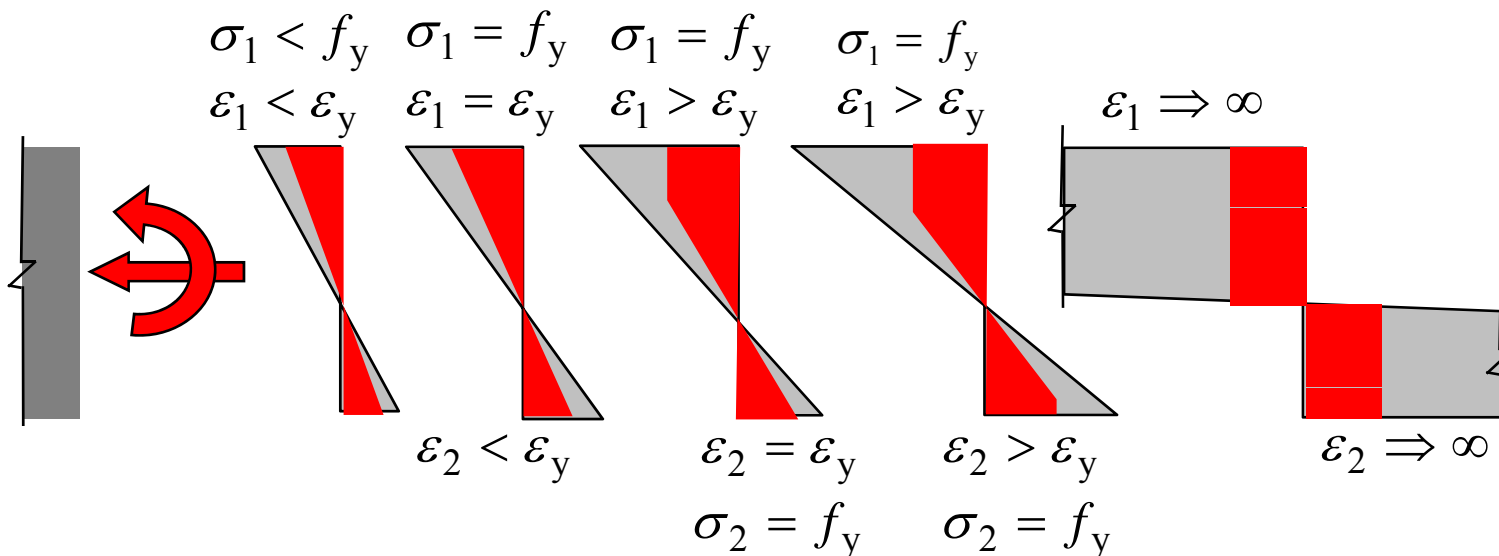
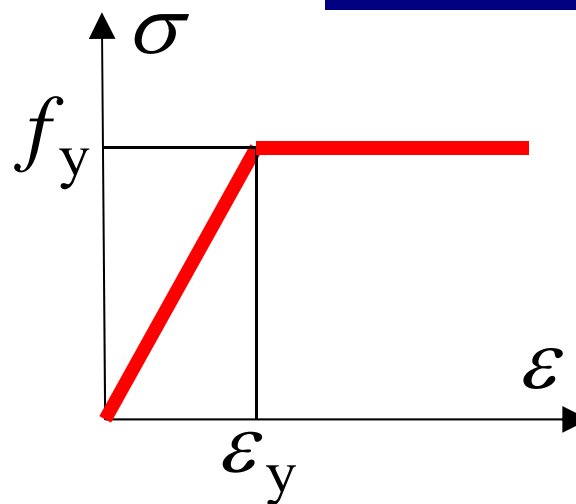
- 截面强度破坏
 - 钢材屈服
 - 钢材断裂?
 - 连接破坏
- 杆件失稳破坏（压弯构件或受弯较大拉弯构件）
 - 弯曲平面内与弯曲平面外的杆件整体失稳
 - 板件失稳
 - 格构式构件中的单肢失稳
- 变形不满足要求或丧失刚度



一、基本假定和应力图式

参阅 § 4.2

- 以压弯构件为例分析
- 基本假定
 1. 理想弹塑性本构关系
 2. 平截面假定
- 截面应变—应力分布

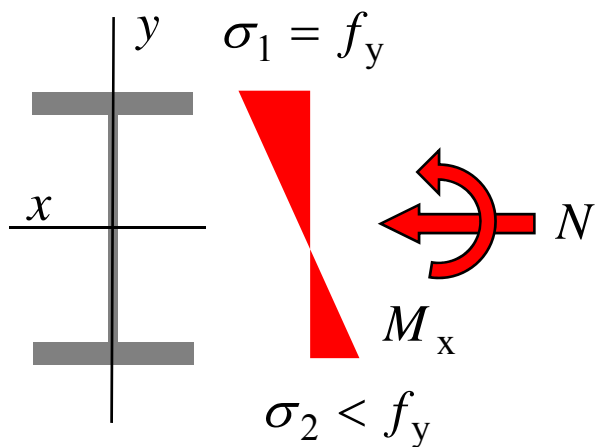




二、边缘屈服准则

参阅 § 4.2

- 准则描述：以边缘最大应力达到屈服点为计算截面强度的依据(=应力达到屈服点为极限状态)
- 截面强度公式



$$\sigma_1 = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{W_x} \leq f_y$$

记 屈服轴力 $N_p = Af_y$
屈服弯矩 $M_{ex} = W_x f_y$

则
$$\frac{N}{N_p} + \frac{M_x}{M_{ex}} \leq 1$$

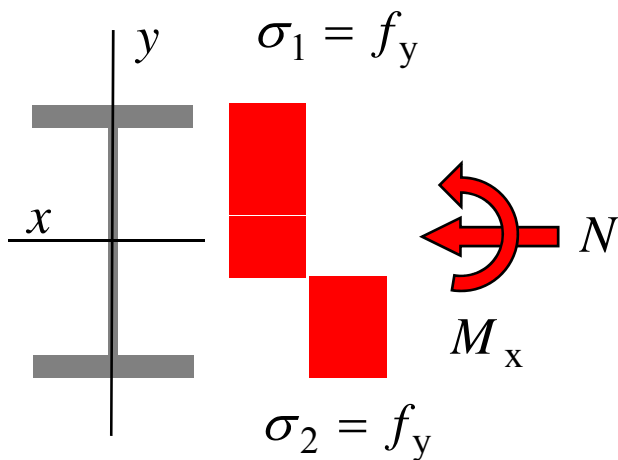
- 工程设计公式
$$\frac{N}{A_n} + \frac{M_x}{W_{xn}} \leq f_d$$



三、全截面屈服准则

参阅 § 4.2

- 准则描述：
截面各点应力（拉、压）都达到钢材屈服点
- 截面强度公式



记 屈服轴力 $N_p = Af_y$
塑性弯矩 $M_{px} = W_{px} f_y$

经推导可得

$$F\left(\frac{N}{N_p}, \frac{M_x}{M_{px}}\right) - 1 = 0 \quad \rightarrow$$

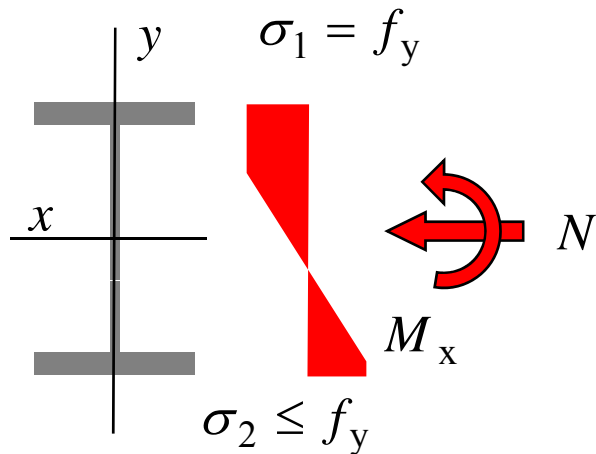
- 说明：公式中各函数形式与截面形状有关
公式在 $N - M_x$ 平面为包含原点的外凸曲线



四、截面部分塑性发展准则

参阅 § 4.2

- 准则描述：截面边缘一侧或两侧部分进入塑性
- 截面强度公式



$$\frac{N}{A} + \frac{M_x}{\gamma_x W_x} \leq f_y$$

式中 $\gamma_x \geq 1$

或
$$\frac{N}{N_p} + \frac{M_x}{\gamma_x M_{ex}} \leq 1$$

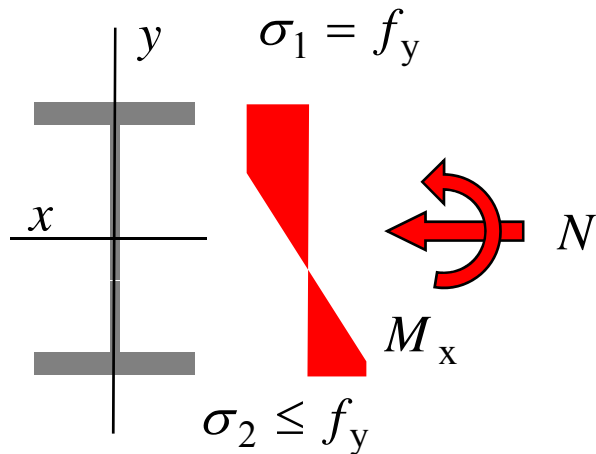
- 工程设计公式
$$\frac{N}{A_n} + \frac{M_x}{\gamma_x W_{xn}} \leq f_d$$



四、截面部分塑性发展准则

参阅 § 4.2

- 准则描述：截面边缘一侧或两侧部分进入塑性
- 截面强度公式



γ_p	$\Rightarrow \gamma_x, \gamma_y$	
矩形	1.5	1.2
工(H)型绕 x 轴	1.1-1.17	1.05
工(H)型绕 y 轴	1.5	1.2
圆管	1.27	1.15
实心圆	1.7	1.2

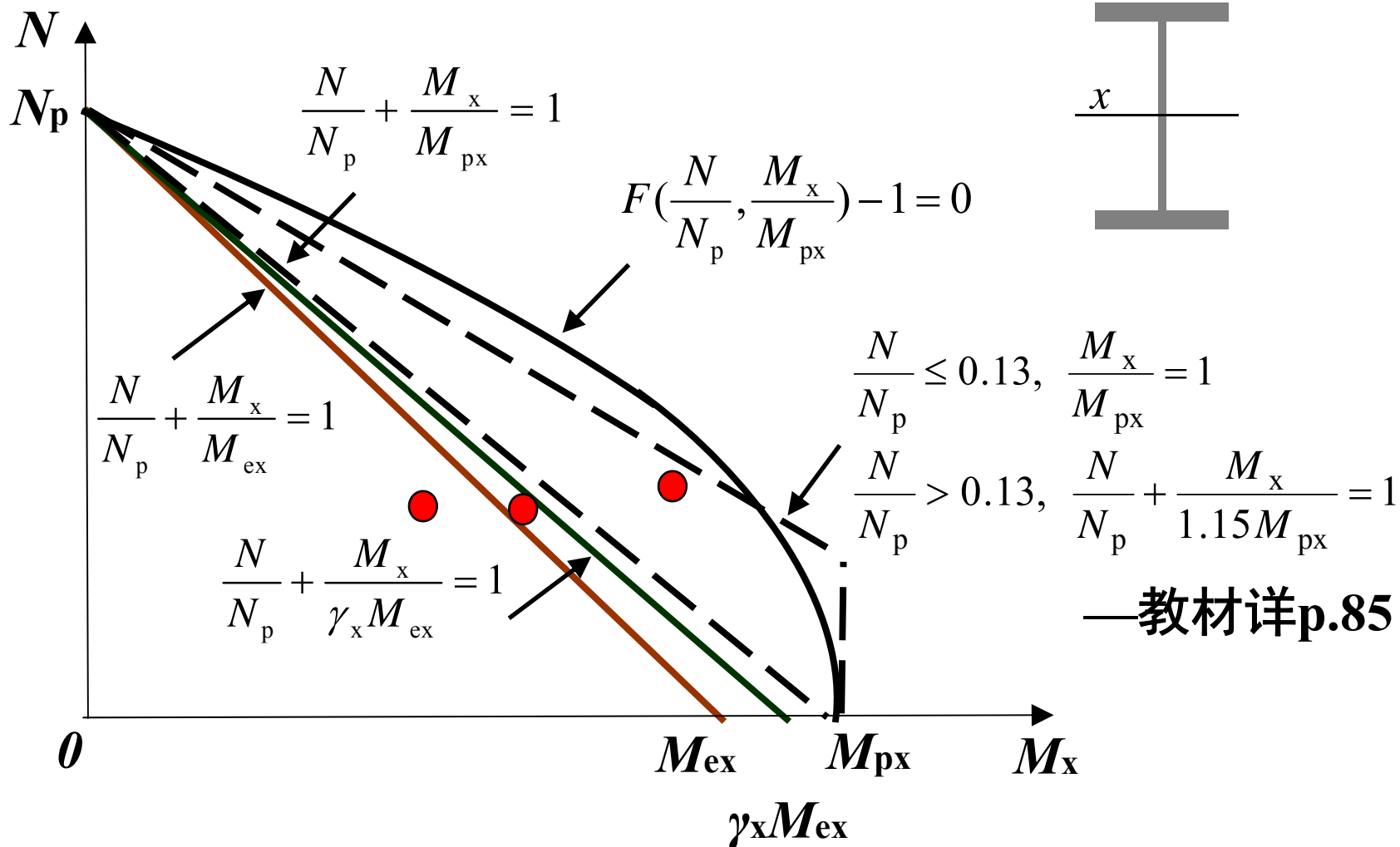
● 工程设计公式
$$\frac{N}{A_n} + \frac{M_x}{\gamma_x W_{xn}} \leq f_d$$

$$\gamma_x = ?$$



五、三种截面准则的比较

参阅 § 4.2



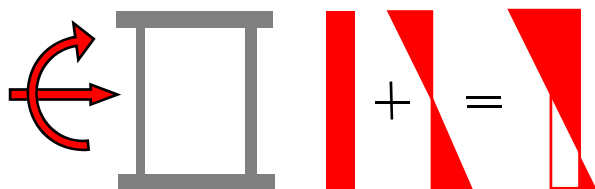


六、屈服破坏模式说明

参阅 § 7.3, 4.2.2

- 截面强度：以正应力状态控制破坏

——受压边缘屈服



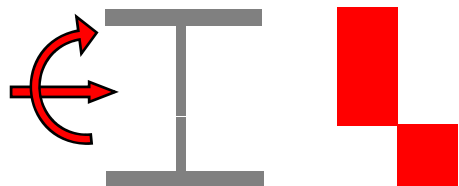
$$\frac{N}{A} + \frac{M_x}{W_{x1}} \leq f_y$$

——受拉边缘屈服



$$\left| -\frac{N}{A} + \frac{M_x}{W_{x2}} \right| \leq f_y$$

——截面极限强度



$$F \left(\frac{N}{N_p}, \frac{M_x}{M_{px}} \right) = 1$$

上述公式形式用于拉弯构件强度计算是否要做调整？



七、截面强度的工程计算

参阅 § 7.3, 4.2.2

● 弹性准则

$$\left| \frac{N}{A_n} \pm \frac{M_x}{W_{xn}} \pm \frac{M_y}{W_{yn}} \right| \leq f_d$$

$$\frac{N}{A_n} \pm \frac{M_x}{W_{xn}} \pm \frac{M_y}{W_{yn}} \leq f_d$$

本公式的普遍性？圆管截面可否应用？

● 截面部分塑性准则

$$\left| \frac{N}{A_n} \pm \frac{M_x}{\gamma_x W_{xn}} \pm \frac{M_y}{\gamma_y W_{yn}} \right| \leq f_d$$

$$\frac{N}{A_n} \pm \frac{M_x}{\gamma_x W_{xn}} \pm \frac{M_y}{\gamma_y W_{yn}} \leq f_d$$



八、计算例与注意点

参阅 § 7.3

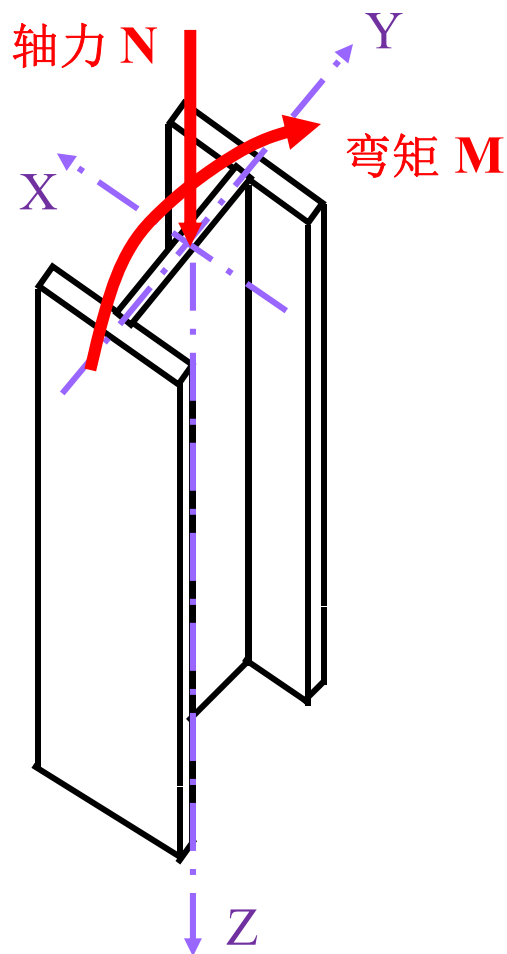
p.187例

- 净截面（无截面削弱处即为毛截面）
- 内力分量的正负号（弹性与有限塑性准则）



一、单向压弯构件的平面内失稳

● 概念解释



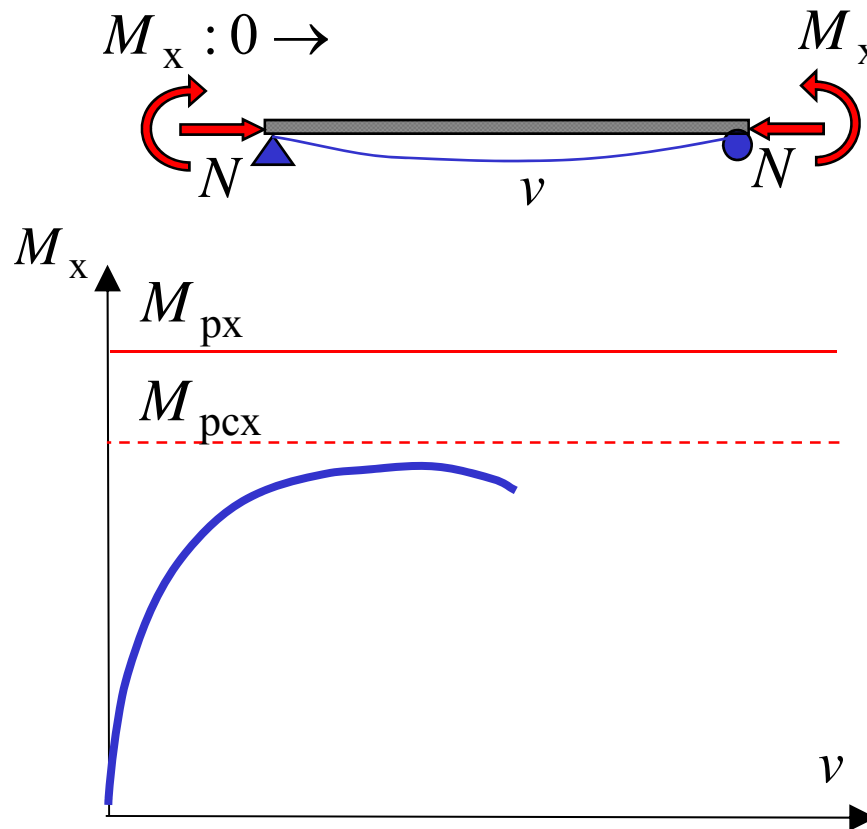
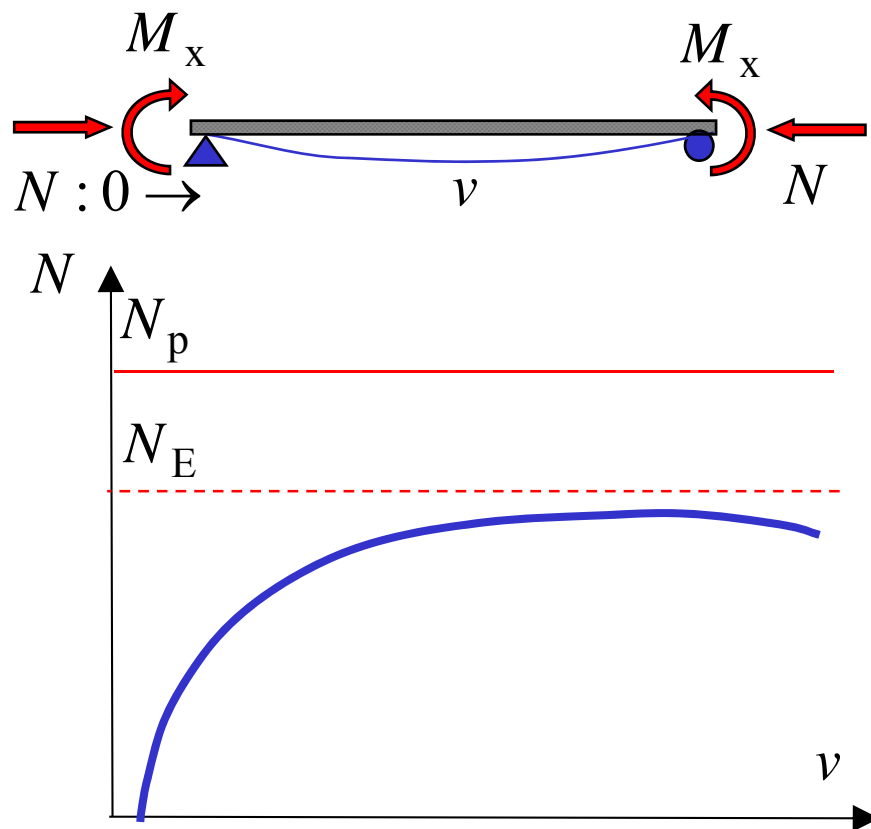
- 单向压弯构件有弯矩作用平面内失稳和平面外失稳
- 弯矩M作用平面 —— YZ平面
- 在YZ平面内的失稳，称弯矩作用平面内的失稳
- 在非YZ平面内的失稳，称弯矩作用平面外的失稳



一、单向压弯构件的平面内失稳

参阅 § 7.4.1

● 平面内整体失稳现象



受弯构件是否存在平面内失稳?

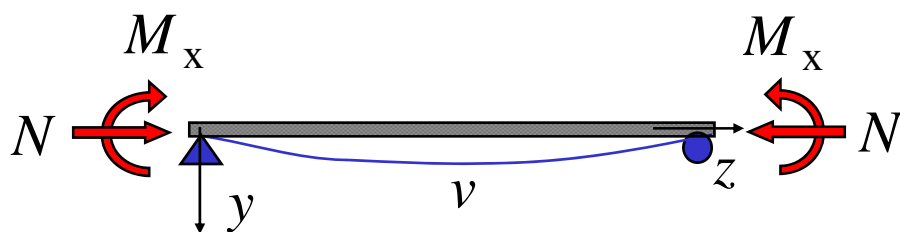
为何压弯构件会在平面内失稳?



一、单向压弯构件的平面内失稳

参阅 § 7.4.1

- 压弯构件考虑轴压力作用的弹性弯曲平衡方程



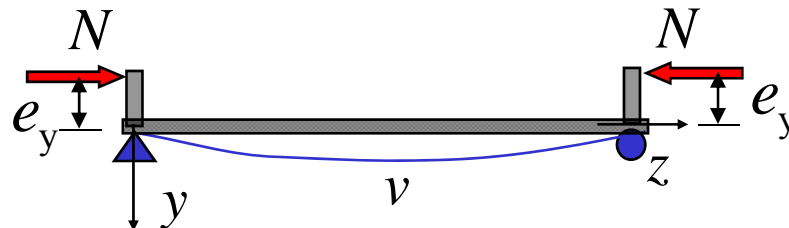
对任意截面绕x轴的
弯曲平衡

$$EI_x v'' = -(M_x + Nv)$$

$$EI_x v'' + Nv + M_x = 0$$

对比仅有弯矩作用时
弯曲平面内平衡方程

$$EI_x v'' + M_x = 0$$



设 $M_x = Ne_y$
称为偏心受压问题

在图示坐标系和支座约束
下任意截面的平衡方程

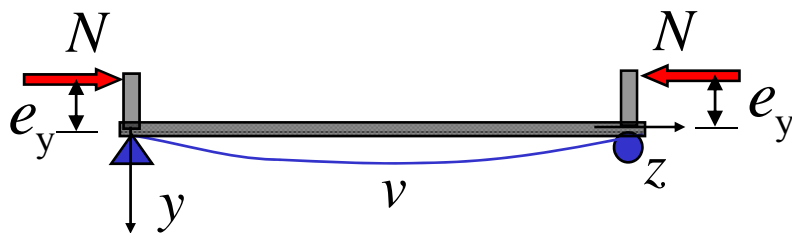
$$EI_x v'' + Nv = -Ne_y$$



一、单向压弯构件的平面内失稳

参阅 § 7.4.1

● 偏心受压问题的弹性解



$$EI_x v'' + Nv = -Ne_y$$

设 $\alpha = \sqrt{N / EI_x}$

得 $v = \frac{e_y}{\cos(\alpha l / 2)} [\cos(\alpha l / 2 - \alpha z) - \cos(\alpha l / 2)]$

$$v'' = -\frac{e_y \alpha^2}{\cos(\alpha l / 2)} \cos(\alpha l / 2 - \alpha z)$$

上述解满足边界条件 $v_0 = v_l = 0$

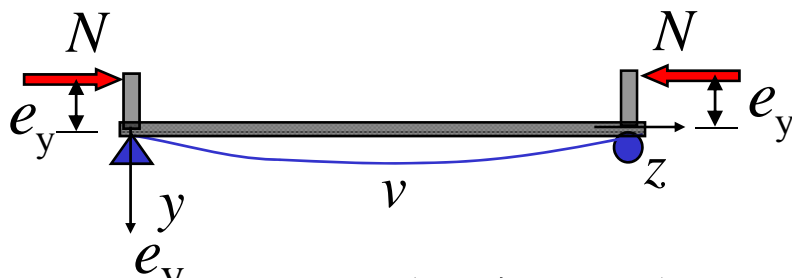
$$v_0'' = v_l'' = -\frac{M_x}{EI_x}$$



一、单向压弯构件的平面内失稳

参阅 § 7.4.1

● 偏心受压问题的弹性曲线

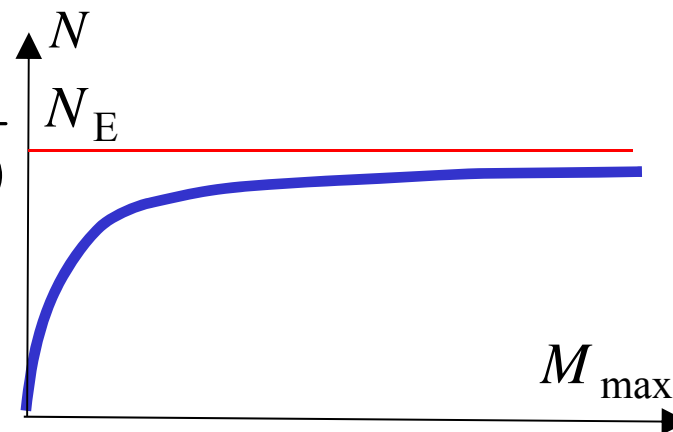
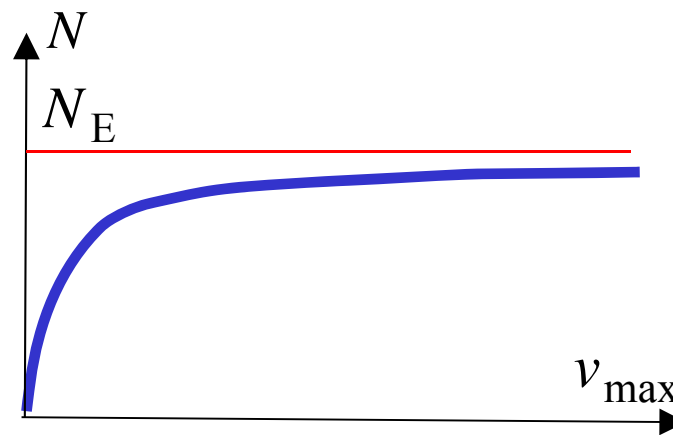


$$v = \frac{e_y}{\cos(\alpha l / 2)} [\cos(\alpha l / 2 - \alpha z) - \cos(\alpha l / 2)]$$

$$v_{\max} = e_y \left[\frac{1}{\cos(\alpha l / 2)} - 1 \right]$$

$$M_{\max} = N(e_y + v_{\max}) = \frac{N e_y}{\cos(\alpha l / 2)} = \frac{M_x}{\cos(\alpha l / 2)}$$

$$N \Rightarrow N_E = \frac{\pi^2 E I_x}{l^2}, \quad \cos \frac{\alpha l}{2} \Rightarrow \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

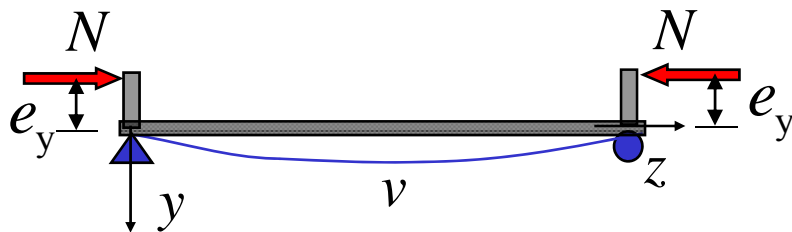




一、单向压弯构件的平面内失稳

参阅 § 7.4.1

● 偏心受压杆的边缘屈服准则

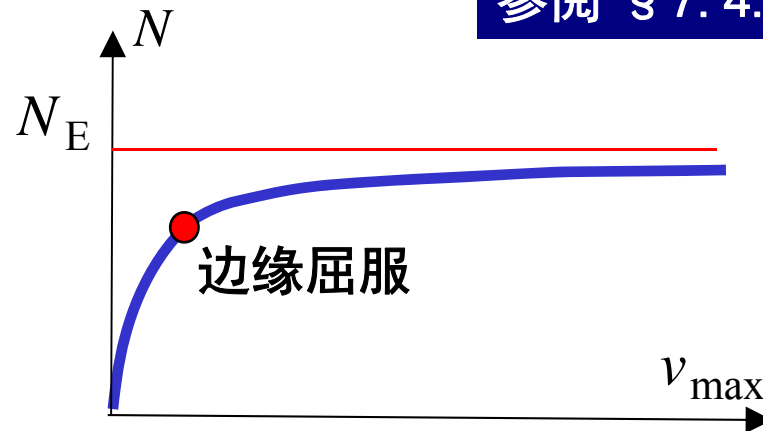


$$\frac{N}{A} + \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{N}{A} + \frac{Ne_y}{W_x \cos(\alpha/2)} \leq f_y$$

$$\frac{N}{A} \left[1 + \frac{Ae_y}{W_x} \sec(\alpha/2) \right] \leq f_y$$

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \frac{f_y}{1 + \varepsilon_{0y} \sec(\alpha/2)}$$

其中 $\varepsilon_{0y} = \frac{Ae_y}{W_x}$



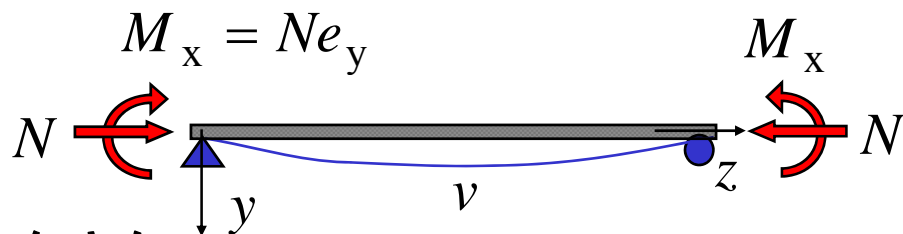
边缘屈服之前荷载-变形曲线不是直线，是否正确？



一、单向压弯构件的平面内失稳

参阅 § 7.4.1

● 2阶效应 ($P-\Delta$ 效应)



1阶弯矩

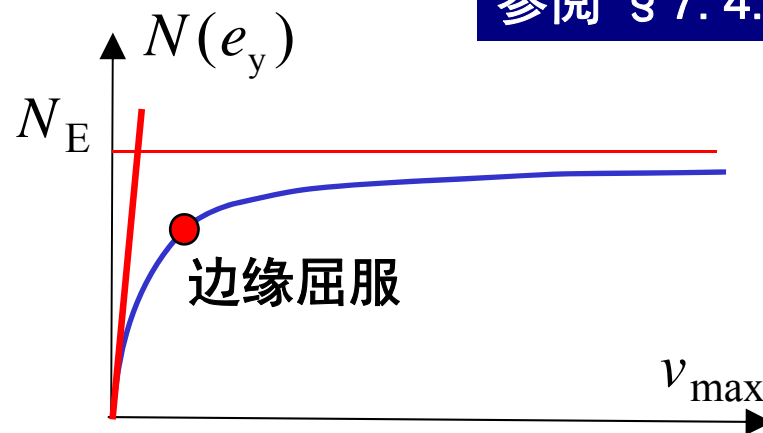
$$M_1 = Ne_y$$

2阶弯矩

$$M_{2,\max} = Ne_y \left(\sec \frac{\alpha l}{2} - 1 \right)$$

弹性阶段反映2阶效应的放大因子

$$\sec \frac{\alpha l}{2}$$



边缘屈服之前压弯杆荷载—变形曲线的非线性 (2阶效应)

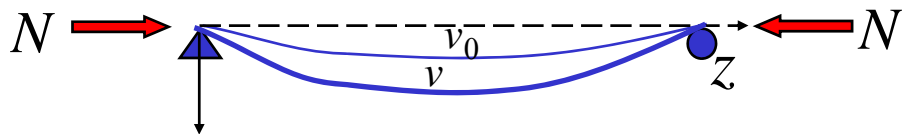
压弯杆件平面内稳定的边缘屈服准则是考虑了2阶效应之后的强度问题，但与杆件整体变形有关而不仅是截面问题



一、单向压弯构件的平面内失稳

参阅 § 7.4.1

● 有初变形的压弯杆件



$$EI_x(v'' - v_0'') + Nv = 0 \Rightarrow EI_x v'' + Nv = EI_x v_0''$$

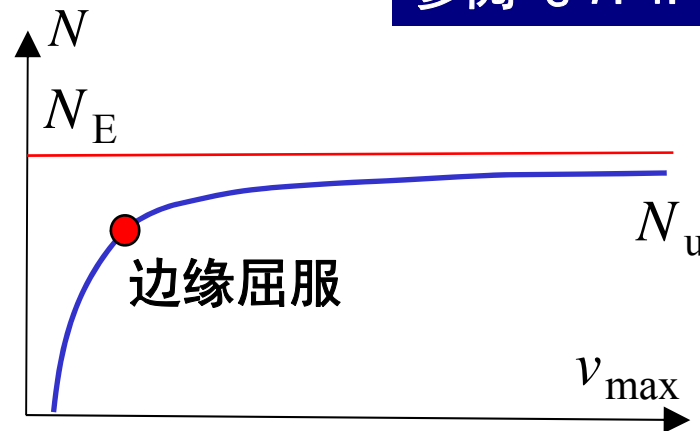
$$v_0 = v_{0m} \sin(\pi z / \ell)$$

$$v = \frac{v_{0m}}{1 - N / N_E} \sin\left(\frac{\pi z}{\ell}\right)$$

$$M_{\max} = \frac{N v_{0m}}{1 - N / N_E}$$

2阶效应放大因子（弹性范围）

$$\frac{1}{1 - N / N_E}$$



边缘屈服准则

$$\frac{N}{A} + \frac{N v_{0m}}{W_x (1 - N / N_E)} \leq f_y$$

整理为 p.103 (5-30)

$$\sigma_{cr} = \frac{f_y + (1 + \varepsilon_0) \sigma_{Ex}}{2} - \sqrt{\left[\frac{f_y + (1 + \varepsilon_0) \sigma_{Ex}}{2} \right]^2 - f_y \sigma_{Ex}}$$

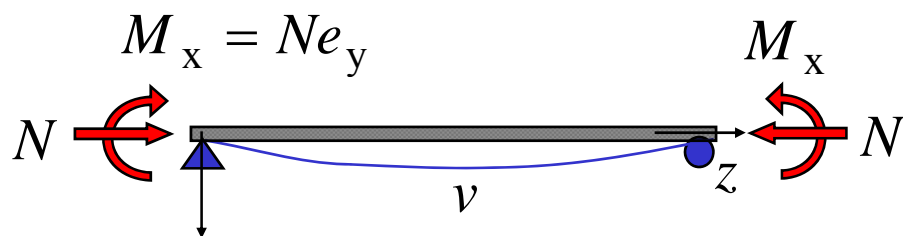
$$\varepsilon_0 = \frac{A v_{0m}}{W_x}$$



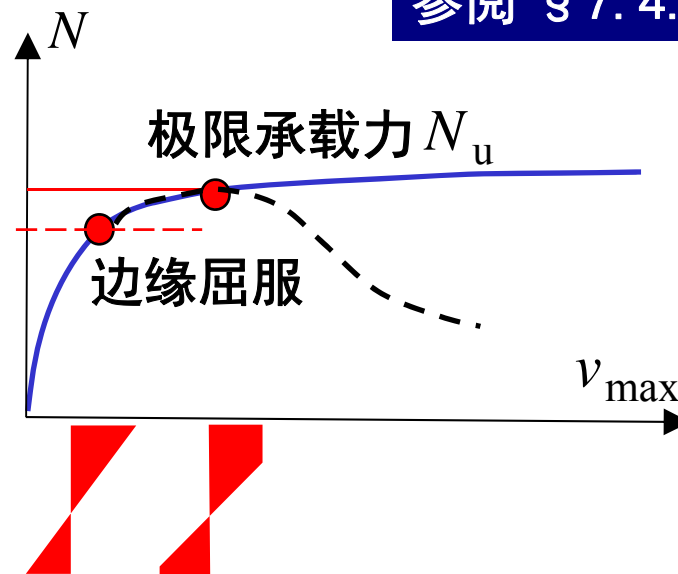
一、单向压弯构件的平面内失稳

参阅 § 7.4.1

● 极值问题与极限承载力



- 边缘屈服后材料塑性发展
- 荷载效应（弯矩）增长的非线性
- 弯矩效应增长和截面抗力增长的不平衡导致必须降低荷载（压力）才能保持弯曲平衡
- 压弯杆的极值问题与极限承载力



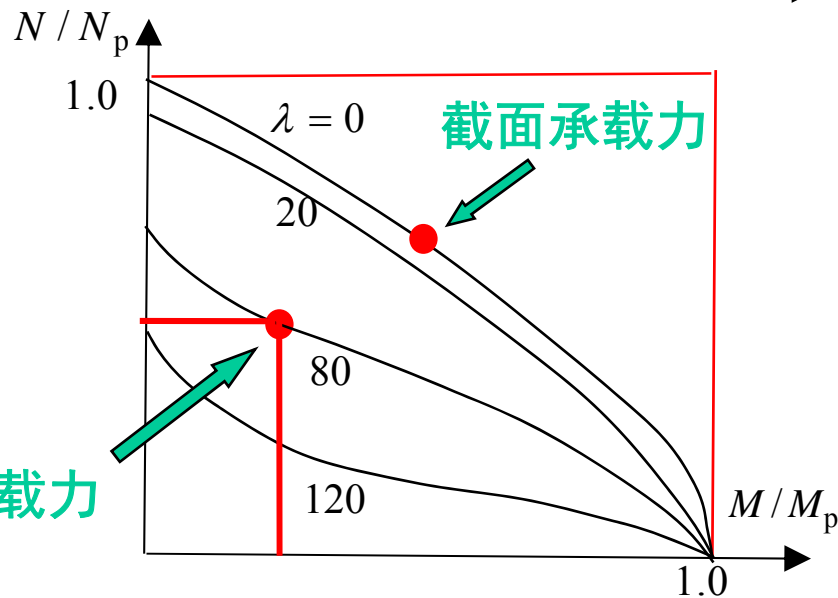
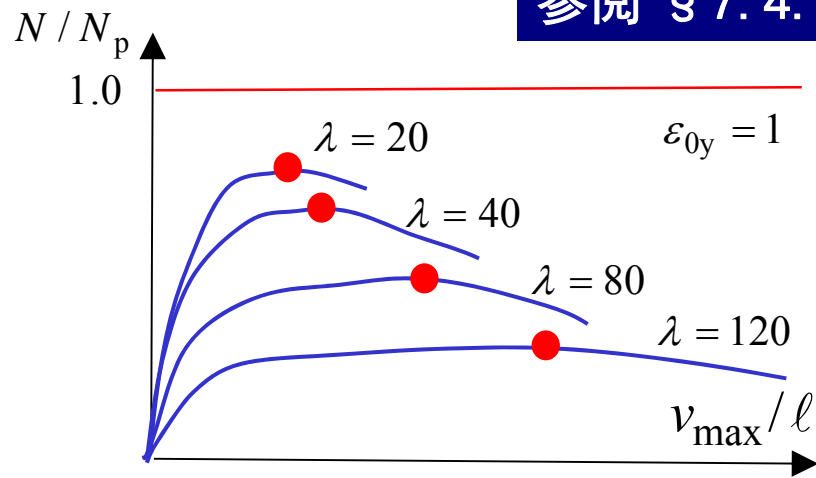
压弯杆件平面内失稳表现为荷载变形曲线的极值现象，源于压力与平面内弯曲变形产生的 2 阶效应，压弯杆件平面内失稳不等同于截面的强度问题



一、单向压弯构件的平面内失稳

参阅 § 7.4.1

- 考虑材料非线性的数值解法概念 p.191-193
- 轴力——弯曲挠度变形曲线 (以长细比为参数)
根据数值解法得p.193 图7-10
- 失稳 (极值) 时轴力——杆件最大弯矩相关曲线 (以长细比为参数)
p.194 图7-11





一、单向压弯构件的平面内失稳

参阅 § 7.4.1

● 实腹式压弯杆件平面内稳定的工程计算公式

$$\frac{N}{N_p} + \frac{M_x}{\gamma_p M_{ex}} \leq 1 \quad \longrightarrow \quad \frac{N}{\varphi \cdot N_p} + \frac{M_x / \text{2阶效应放大因子}}{\gamma_p M_{ex}} \leq 1$$

$$\longrightarrow \quad \frac{N}{\varphi_x \cdot A} + \frac{M_x}{\gamma_x W_{x1} (1 - N / N_E)} \leq f_d$$

$$\longrightarrow \quad \frac{N}{\varphi_x \cdot A} + \frac{\beta_{mx} M_x}{\gamma_x W_{x1} (1 - 0.8N / N_E)} \leq f_d$$

M_x —— 1阶弯矩

β_{mx} —— 平面内稳定的弯矩等效系数 (P.196) →

0.8 —— 由试验和分析数据确定的系数，考虑弹塑性开展

W_{x1} —— 对应受压较大侧的截面抗弯模量

按“构件段”应用公式

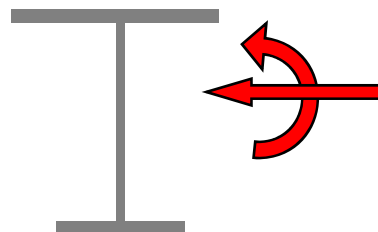


一、单向压弯构件的平面内失稳

参阅 § 7.4.1

- 不对称实腹式截面，弯矩使较大翼缘受压时的补充计算公式

$$\left| \frac{N}{A} - \frac{\beta_{\text{mx}} M_x}{\gamma_x W_{x2} (1 - 1.25 N / N_E)} \right| \leq f_d$$

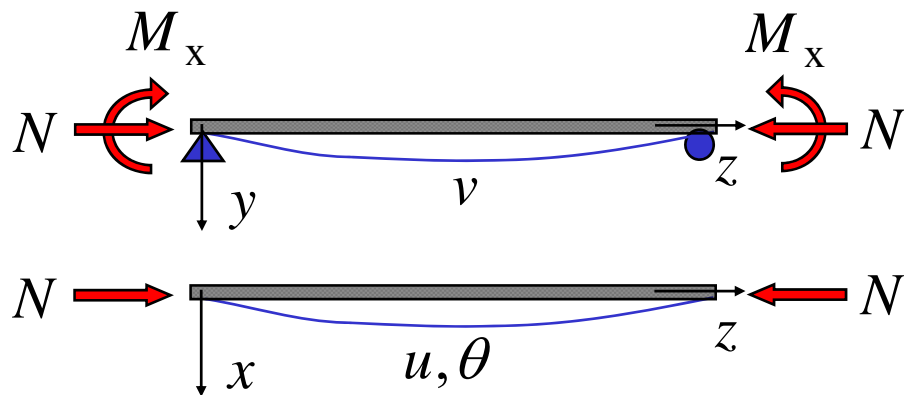




二、单向压弯构件的平面外失稳

参阅 § 7.4.2

● 平面外失稳的特征



与受弯构件整体失稳的相似点：

弯矩作用平面之外发生挠曲和扭转

与受弯构件整体失稳的不同点：

弯扭失稳在轴力和弯矩共同作用下发生

与轴压构件弯扭失稳的不同点：

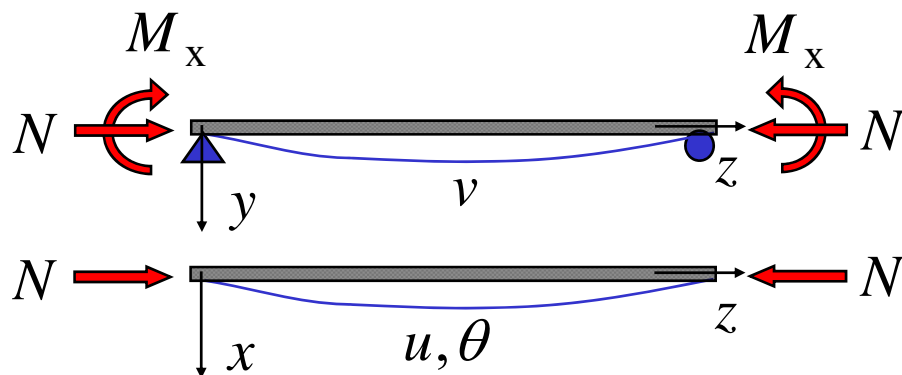
双轴对称截面平面外弯扭变形同时产生



二、单向压弯构件的平面外失稳

参阅 § 7.4.2

● 弯扭失稳的弹性平衡方程



双轴对称截面
两端简支
受相同端弯矩

$$EI_y u'' + M_x \theta = 0$$

$$EI_y u'' + Nu = 0$$

$$EI_y u'' + Nu + M_x \theta = 0$$

$$EI_\omega \theta''' - GI_t \theta' + M_x u' + (Nr_0^2 - \bar{R}) \theta' = 0$$

$$EI_\omega \theta''' - GI_t \theta' + (Nr_0^2 - \bar{R}) \theta' = 0$$

$$EI_\omega \theta''' - GI_t \theta' + M_x u' = 0$$



二、单向压弯构件的平面外失稳

参阅 § 7.4.2

● 弯扭失稳弹性平衡方程的解

$$EI_y u^{IV} + Nu'' + M_x \theta'' = 0$$

$$EI_\omega \theta^{IV} - GI_t \theta'' + M_x u'' + (Nr_0^2 - \bar{R})\theta'' = 0$$

求解过程： p.197

$$\text{方程解： } \left(1 - \frac{N}{N_{Ey}}\right)\left(1 - \frac{N}{N_\theta}\right) - \frac{M_x^2}{M_{crx}^2} = 0 \quad (7-18)$$

$$\text{其中： } N_{Ey} = \pi^2 EI_y / \ell_{oy}^2$$

$$N_\theta = (\pi^2 EI_\omega / \ell_{o\theta}^2 + GI_t + \bar{R}) / r_0^2$$

满足方程(7-18)的轴力解为平面外弯扭失稳临界轴力

讨论：压弯构件是否在压力达到 N_{Ey} 、 N_θ 时失稳？



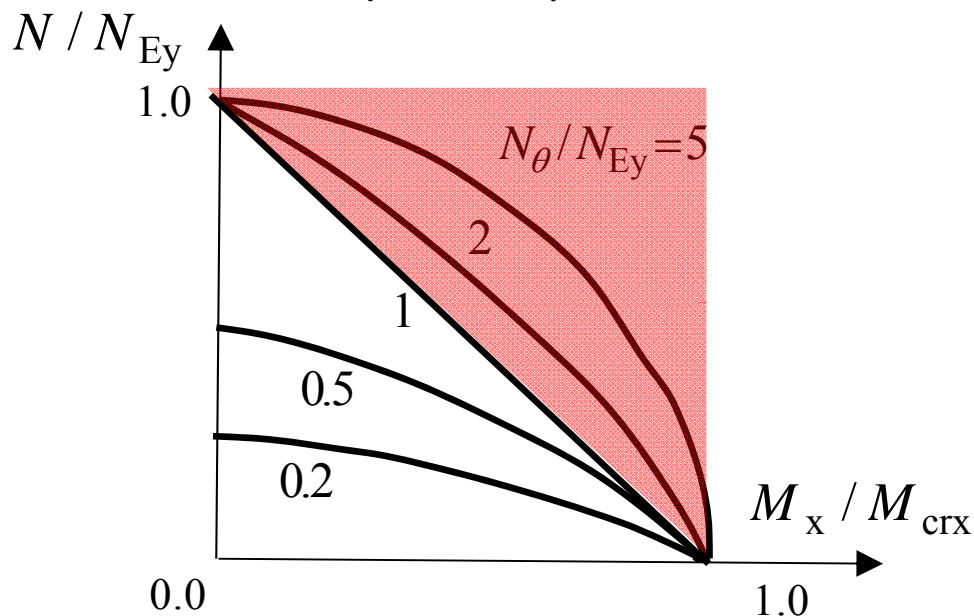
二、单向压弯构件的平面外失稳

参阅 § 7.4.2

● 弯扭失稳临界力的图形表达

方程解:
$$\left(1 - \frac{N}{N_{Ey}}\right)\left(1 - \frac{N}{N_{\theta}}\right) - \frac{M_x^2}{M_{crx}^2} = 0$$

变形:
$$\left(1 - \frac{N_{\theta}}{N_{Ey}}\right)\left(1 - \frac{N}{N_{Ey}} \frac{N_{Ey}}{N_{\theta}}\right) - \frac{M_x^2}{M_{crx}^2} = 0$$
 如令 $\frac{N_{\theta}}{N_{Ey}} = 1 \Rightarrow \left(1 - \frac{N}{N_{Ey}}\right)^2 - \frac{M_x^2}{M_{crx}^2} = 0$



大多数工程构件

$$N_{\theta} / N_{Ey} > 1$$

即
$$N / N_{Ey} + M_x / M_{crx} = 1$$

可视为压弯杆件平面外稳定的下限值



二、单向压弯构件的平面外失稳

参阅 § 7.4.2

● 压弯杆件平面外稳定工程计算公式的表达

无初始缺陷时的理论解（下限）
$$\frac{N}{N_{Ey}} + \frac{M_x}{M_{crx}} = 1$$

实际工程构件与理论解的差别：

——截面非双轴对称引起的变化

——非弹性引起的变化

——初始几何缺陷产生 3 轴稳定平衡方程的耦联

工程计算公式
$$\frac{N}{\varphi_y \cdot A} + \frac{\beta_{tx} \cdot M_x}{\varphi_b \cdot W_x} \leq f_d$$



二、单向压弯构件的平面外失稳

参阅 § 7.4.2

● 压弯杆件平面外稳定工程计算公式的说明

$$\frac{N}{\varphi_y \cdot A} + \frac{\beta_{tx} \cdot M_x}{\varphi_b \cdot W_x} \leq f_d$$

- 弯曲平面外稳定（弯曲平面外的轴压稳定系数）
- 弯矩值是构件**计算段内（侧向支承点间）**的最大弯矩
- 弯矩等效系数与平面内弯矩等效系数具有相同含义

p.199

- 受弯构件的整体稳定系数，按均匀受弯构件考虑

参见p.200，取

$$\varphi_b = 1.07 - \frac{\lambda_y^2}{44000} \frac{f_y}{235}$$

● 考虑闭口截面时的修正系数

$$\frac{N}{\varphi_y \cdot A} + \eta \frac{\beta_{tx} \cdot M_x}{\varphi_b \cdot W_x} \leq f_d$$

η — 开口截面取1.0
闭口截面取0.7

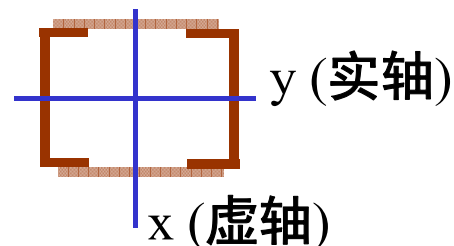


三、格构式构件单向压弯的整体稳定

参阅 § 7.4.1
§ 7.5.2

- 绕虚轴弯曲时的平面内整体稳定计算公式

$$\frac{N}{\varphi_x A} + \frac{\beta_{mx} M_x}{W_{x1} (1 - \varphi_x N / N_E)} \leq f_d$$



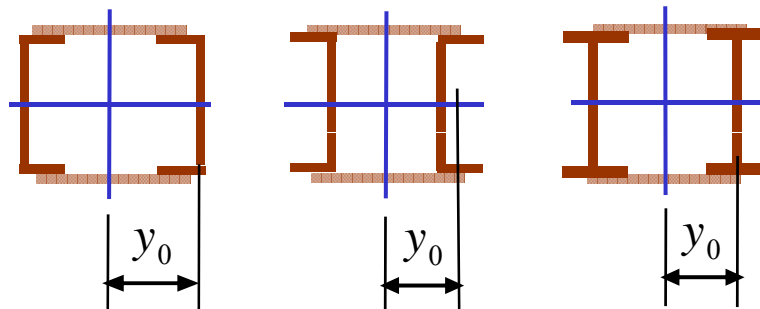
对比实腹式构件

$$\frac{N}{\varphi_x A} + \frac{\beta_{mx} M_x}{\gamma_x W_{x1} (1 - 0.8N / N_E)} \leq f_d$$

绕实轴弯曲时平面内整体稳定如何计算？原因在何？

受压侧截面弹性模量的定义

$$W_{x1} = I_x / y_0$$





三、格构式构件单向压弯的单肢稳定

参阅 § 7.5.2

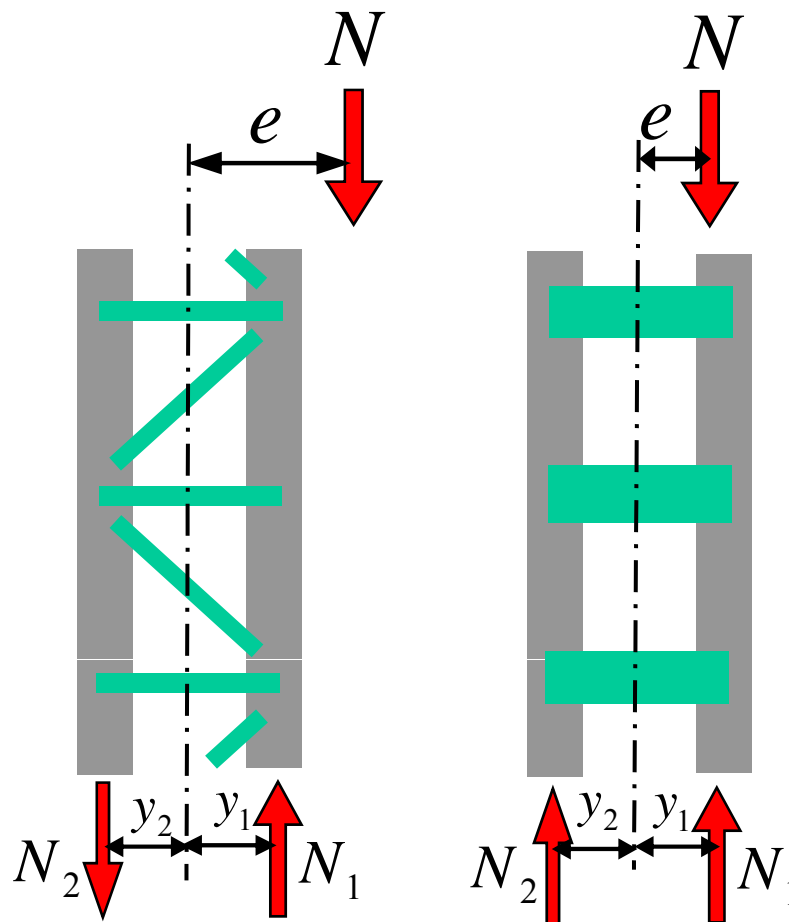
● 单肢承受的轴力

$$e = \frac{M}{N}$$

M 取构件段最大弯矩

$$N_1 = N \frac{y_2 + e}{y_1 + y_2}$$

$$N_2 = N - N_1$$





三、格构式构件单向压弯的单肢稳定

参阅 § 7.5.2

● 缀条式构件的单肢稳定

单肢作为两端铰接轴压杆件承受 N_1 或 N_2

计算长度在弯曲平面内为节间长度,平面外为侧向支承点间距

缀条式构件是否需要考虑剪力作用?

● 缀板式构件的单肢稳定

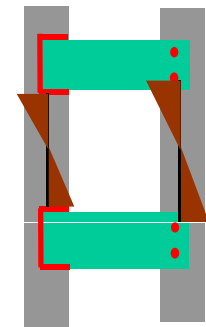
肢杆作为压弯杆件除承受 N_1 或 N_2 还承受局部弯矩和剪力

压弯杆剪力 $V = \max\{\Delta M_x / \Delta H, (Af_d / 85)\sqrt{f_y / 235}\}$

该剪力分配到肢杆上,引起局部弯矩

单肢弯曲平面内作为压弯杆、

平面外作为轴压杆计算稳定





不允许局部失稳时的宽厚比限值

参阅 § 7.6.2

● 受压翼缘

外伸翼缘

$$\frac{b}{t} \leq 15 \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

周边支承翼缘

$$\frac{b}{t} \leq 40 \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$



不允许局部失稳时的宽厚比限值

参阅 § 7.6.2

● 腹板

工字形截面

$$0 \leq \alpha_0 \leq 1.6, \quad \frac{h_w}{t_w} \leq (16\alpha_0 + 0.5\lambda + 25) \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

$$1.6 < \alpha_0 \leq 2, \quad \frac{h_w}{t_w} \leq (48\alpha_0 + 0.5\lambda - 26.2) \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

λ 为弯曲平面内的长细比，取值范围30~100

箱形截面 $\frac{h_w}{t_w} \leq \max\{\text{以上两式} \times 0.8, 40 \sqrt{\frac{235}{f_y}}\}$

T形截面 自由边受拉 热轧剖分 $\frac{h_w}{t_w} \leq (15 + 0.2\lambda) \sqrt{\frac{235}{f_y}}$

焊接T形钢 $\frac{h_w}{t_w} \leq (13 + 0.17\lambda) \sqrt{\frac{235}{f_y}}$

自由边受压 $\alpha_0 \leq 1.0, \quad \frac{h_w}{t_w} \leq 15 \sqrt{\frac{235}{f_y}}$

$\alpha_0 > 1.0, \quad \frac{h_w}{t_w} \leq 18 \sqrt{\frac{235}{f_y}}$



构件设计时的刚度控制指标

- 长细比
- 压弯构件在弯曲平面内的侧向变形



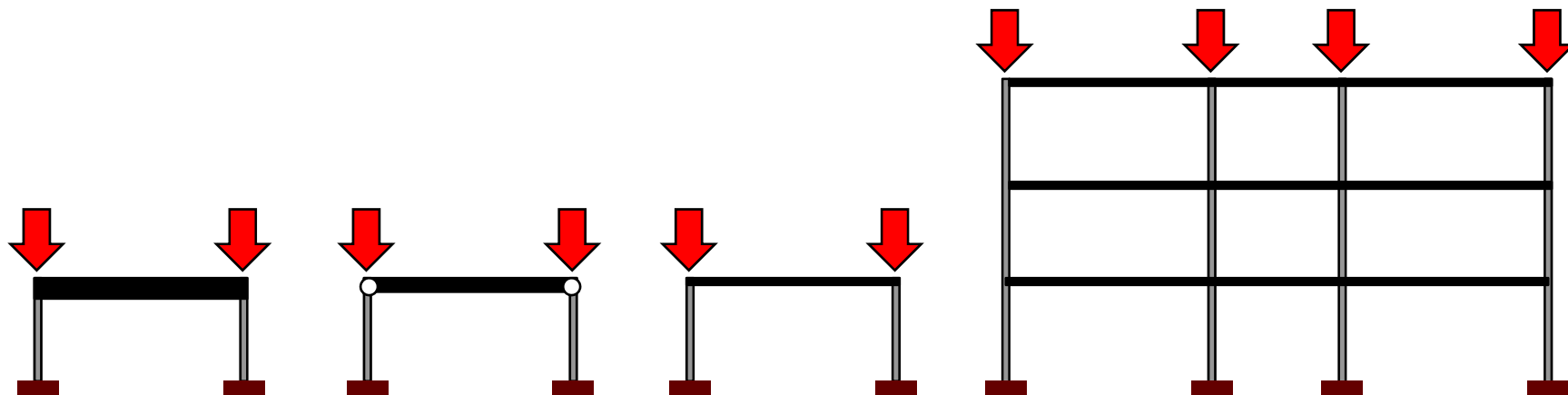
拉弯构件稳定性

- 当弯矩较大使某一翼缘受压时
 - 整体失稳可能性
 - 局部失稳可能性
- 参见受压、受弯和压弯构件相关内容



框架柱的长细比

参阅 § 9.2.3

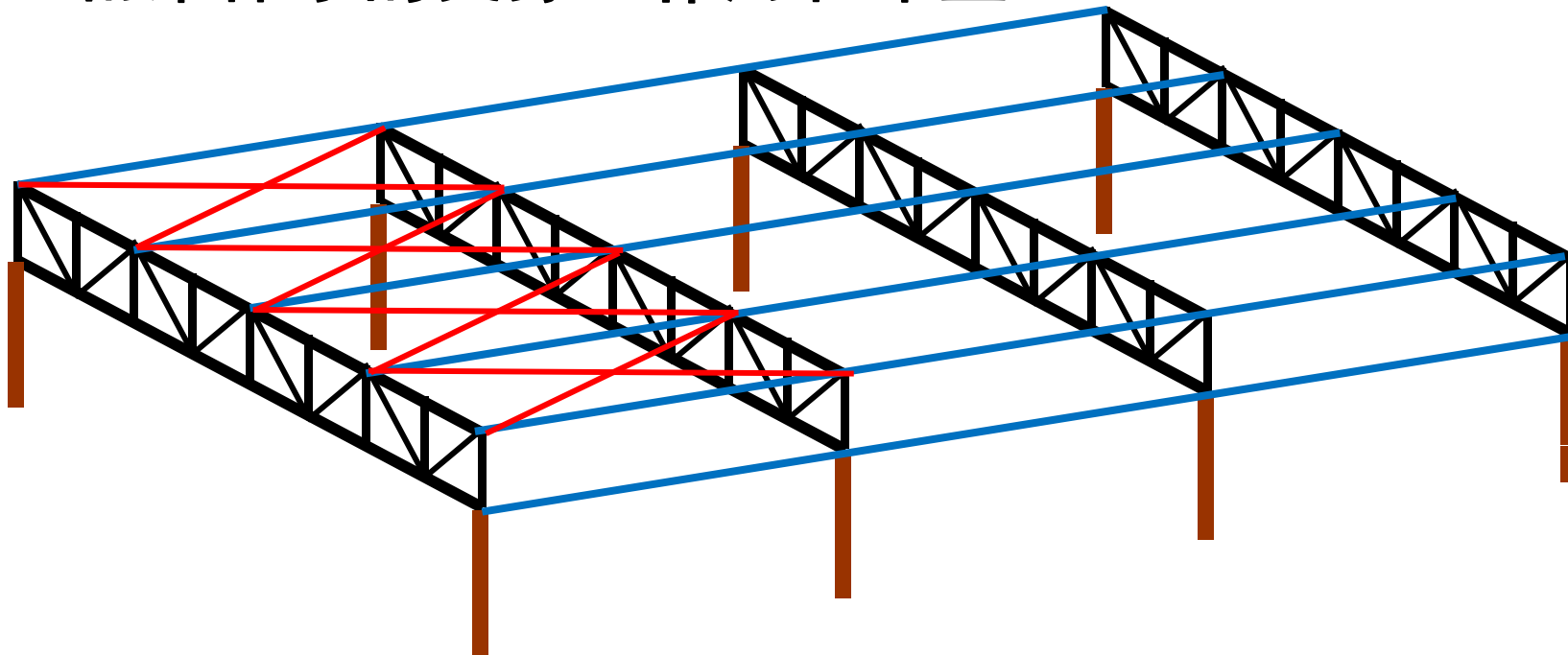


- 框架柱在弯曲平面内的计算长度系数
 - 根据线刚度比值按p.283式9-7, 9-8 计算 K_1 , K_2
 - 根据 K_1 , K_2 和式9-4, 9-5或近似式9-9确定计算长度系数
 - 根据计算长度系数确定框架中压弯柱的轴压稳定系数



桁架构件的长细比

- 桁架体系的支撑：作用和布置



- 桁架中的构件长细比
弦杆在桁架平面内与平面外的计算长度
腹杆的计算长度



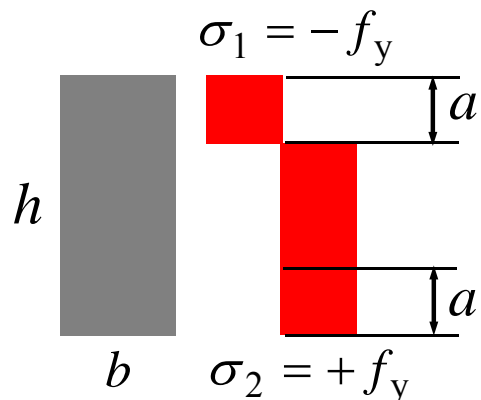
小结：构件设计计算内容

- 截面选择
- 强度计算
- 构件稳定计算（整体稳定）
 - 实腹式：平面内（双轴对称截面和单轴对称截面）
平面外
 - 格构式（弯矩绕虚轴作用）：
 - 绕虚轴的整体稳定
 - 单肢稳定：区分平面内与平面外
区分缀条式和缀板式
- 板件稳定计算（局部稳定）
 - 宽厚比限值
- 刚度计算



轴力—弯矩相关关系推导

参阅 § 4. 2. 2



极限状态时的截面轴力和弯矩

记 $N_p = bhf_y$, $M_{px} = (\frac{1}{4})bh^2 f_y$

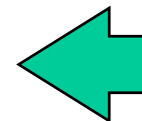
$$N = (hb - 2ab) f_y = (1 - 2a/h) N_p \quad (1)$$

$$M_x = abf_y (h - a) = M_{px} 4[a/h - (a/h)^2] \quad (2)$$

由(1)得 $a/h = 0.5(1 - N/N_p)$

代入(2) $M_x / M_{px} = 4 \times 0.5(1 - N/N_p)[1 - 0.5(1 - N/N_p)]$
 $= 1 - (N/N_p)^2$

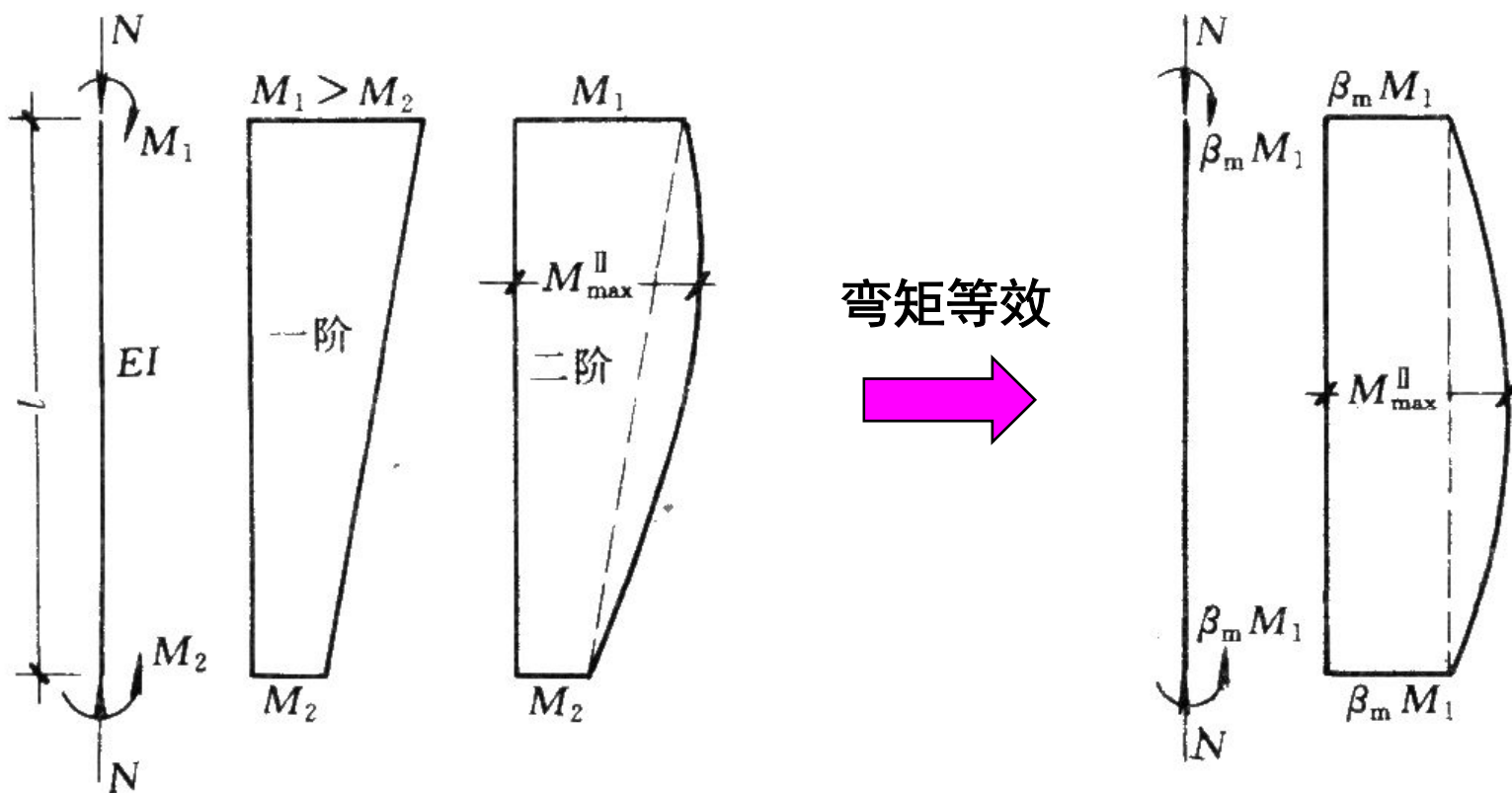
整理得 $(\frac{N}{N_p})^2 + \frac{M_x}{M_{px}} = 1$





平面内稳定的弯矩等效系数 β_{mx}

有端弯矩而中间无横向荷载时的弯矩等效原理示意



实际构件

等效构件



平面内稳定的弯矩等效系数 β_{mx}

弯矩作用平面内两端
有相对侧移的压弯杆

1.0

弯矩作用平面内两端
无相对侧移的压弯杆

—无横向荷载 $0.65 + 0.35 M_2 / M_1$

—有端弯矩和
横向荷载

1.0

0.85

—无端弯矩、有一跨中
横向荷载

$1 - 0.2 N / N_{Ex}$

—无端弯矩、有几个
跨中横向荷载或均
布荷载

1.0

